

Dipartimento di Scienze Economiche
Università degli Studi di Firenze

Working Paper Series

Utilità intertemporale ed equità
fra generazioni

Vinicio Guidi

Working Paper N. 16/2010
December 2010

Dipartimento di Scienze Economiche, Università degli Studi di Firenze
Via delle Pandette 9, 50127 Firenze, Italia
www.dse.unifi.it

The findings, interpretations, and conclusions expressed in the working paper series are those of the authors alone. They do not represent the view of Dipartimento di Scienze Economiche, Università degli Studi di Firenze

Stampato in proprio in Firenze dal Dipartimento Scienze Economiche
(Via delle Pandette 9, 50127 Firenze) nel mese di Dicembre 2010,
Esemplare Fuori Commercio Per il Deposito Legale
agli effetti della Legge 15 Aprile 2004, N.106

Utilità intertemporale ed equità fra generazioni

di Vinicio Guidi

Abstract

In questo paper sono esaminate e discusse criticamente le giustificazioni addotte dalle letterature a sostegno di un saggio di preferenza temporale sia a livello dell'allocazione ottima di capitale che dell'equità fra diverse generazioni. Dopo una breve disamina storica relativa alle condizioni elaborate per giustificare la positività del tasso di interesse si è messo in evidenza come, a partire da Koopmans, siano state introdotte grazie a preferenze recursive, ipotesi meno restrittive conseguendo anche risultati e applicazioni più generali.

Di recente sono state avanzate critiche rilevanti dalla Behavioural Economics. Nel paper tali critiche sono presentate sinteticamente con alcune notazioni critiche avanzate da Rubinstein. Si sono altresì considerati gli approcci, alternativi all'impostazione tradizionale, che hanno introdotto la separabilità in un contesto di incertezza, utilizzando gli strumenti della teoria della decisione e nella teoria della domanda con riguardo alle applicazioni, soprattutto, econometriche.

Si è argomentato come sia preferibile giustificare la positività del tasso di interesse ricorrendo al linguaggio assiomatico che mette in evidenza, in un contesto di beni e/o generazioni infinite, il profondo significato etico degli assiomi. Infine si considerano i problemi di allocazione in presenza di una successione di generazioni dando conto dei recenti progressi della letteratura.

Nelle conclusioni si indicano possibili impostazioni alternative con particolare riguardo alla flessibilità delle preferenze.

Keywords: Discounting and time perspective, recursive preferences, habits, uncertainty, intergenerational equity

JEL Classification Numbers: B.21, C.61, D.8, D.9.

1. Una breve introduzione storica

La concezione utilitarista per cui generazioni diverse debbano essere trattate allo stesso modo è ben radicata nel pensiero economico, viene esposta in modo chiaro da Sidgwick quando afferma "It may be asked, how far we are to consider the interests of posterity when they seem to conflict with those of existing human beings?...the time at which a man exits cannot affect the value of happiness from a universal point of view; and that the interests of posterity must concern a Utilitarian as much as those of his contemporaries"¹. L'opera di Sidgwick venne arricchita ed approfondita da Pigou e da Harrod² che gettarono le basi, rispettivamente, della "vecchia" economia del benessere e della "moderna" teoria della crescita, mentre appare più equilibrata la posizione di Ramsey³ cui si deve il modello di risparmio e accumulazione ottima che è ormai uno degli elementi fondamentali della dinamica macroeconomica⁴ e della crescita ottimale⁵.

La versione originaria del modello è relativa a un problema di programmazione centralizzata dove il pianificatore cerca di massimizzare l'utilità delle diverse generazioni soggetto ai vincoli di risorse e, in particolare, dato lo stock iniziale di beni capitali. In tale versione Ramsey non ipotizza che le utilità future siano scontate in quanto è "...a practice which is ethically indefensible and arises merely from the weakness of the

Si tratta di una versione ancora preliminare. Una precedente versione è stata presentata al Convegno Storep, del Giugno 2009, tenutosi a Firenze. Ringrazio il Prof. Aldo Montesano per avere letto, commentato e discusso il lavoro, in quella sede,. Ringrazio anche i Proff. Enrico Minelli, Maria Cristina Marcuzzo, Piero Tani, Alessandro Petretto e i Dr. Lapo Filistrucchi e Giorgio Ricchiuti per la pazienza dimostrata nel leggere e per i preziosi suggerimenti di cui terrò conto.

¹ Sidgwick H. (1907) "*The Methods of Ethics*" p.414.

²Pigou aveva osservato che la preferenza per il tempo "implies...our telescopic faculty is defective", Pigou A.C. (1925) "*The Economics of Welfare*" pag. 25 e Harrod afferma "Pure time preference is a polite expression for rapacity and the conquest of reason by passion" Harrod R.F. (1948) "*Towards a Dynamic Economics*"p.40

³ Ramsey F. P. (1928) "A mathematical Theory of Saving" *Economic Journal*, vol 36, pp.543-549, "un classico che si legge come se fosse stato scritto la settimana scorsa" (Dasgupta P. (2004) "Benessere umano e ambiente naturale"pag. 119, un libro in cui molti dei temi qui esposti sono trattati in modo approfondito ed esposti chiaramente)

⁴ "The Ramsey model is more than a benchmark" Blanchard O-Fisher S.(1989) "*Lectures On Macroeconomics*" pag.21. Si vedano altresì Romer D. (1996) "*Advanced Macroeconomics*", cap. 2 (si parla del modello Ramsey-Cass-Koopmans). e Azariadis C. (1993) "*Intertemporal Macroeconomics*".

⁵ Si veda, ad es., il cap. 2 di Barro R.-Sala-I-Martin X. (1995) "*Economic Growth*". Insieme alla teoria dei mercati contingent è alla base dell'analisi ricorsiva di Lucas e Stokey (si veda Stokey N.L.-Lucas Jr R. (1989) "*Recursive Methods in Economic Dynamics*", pp.5-6. Jappelli T.- Pistaferri L. (2000) "*Risparmio e Scelte intertemporali*", pp.295 - 299.

immagination”⁶. Successivamente egli analizza il caso in cui il tasso di sconto rimanga costante nel tempo. La moderna teoria ha poi reinterpretato il modello come un’ economia competitiva intertemporale in cui il consumatore “rappresentativo” che vive indefinitamente massimizza il proprio benessere, scontato a un tasso costante, e con previsione perfetta (o il che è equivalente con un sistema di mercati completo) per la successione dei prezzi di equilibrio, l’impresa “rappresentativa” massimizza il profitto e i mercati dei beni e dei fattori sono in equilibrio. Nell’ultima parte dell’articolo Ramsey considera un’ economia stazionaria costituita da più individui che vivono indefinitamente e con tassi di preferenza intertemporale costanti e differenziati e congettura che l’equilibrio sarà caratterizzato dalla concentrazione dell’intero stock di capitale dell’economia nella mani del consumatore più paziente che godrà inoltre del più grande consumo pro-capite mentre gli altri saranno a livello di sussistenza. La validità di tale congettura è stata dimostrata successivamente da Becker⁷ per un’ economia competitiva in cui gli agenti economici hanno previsione perfetta e sperimentano vincoli di carattere finanziario. L’introduzione dell’incertezza, la possibilità che i mercati finanziari siano imperfetti e la flessibilità del tasso di preferenza intertemporale possono modificare la conclusione di Ramsey.

Ma “Why then not embrace the idea of zero time perspective?”⁸ visto che Samuelson nell’applicare il modello con tasso di sconto costante in un contesto di programmazione dinamica volto a generalizzare a più periodi l’analisi fisheriana critica il modello poiché “In the first place, it is completely arbitrary to assume that the individual behaves so as to maximise an integral of the form envisaged in (2). This involves the assumption that at every instant of time the individual’s satisfaction depends only upon the consumption at that time...”⁹. Il motivo è che in assenza di un tasso di sconto qualora il risparmio sia remunerato, grazie alla positività del tasso di interesse, il processo di accumulazione può svolgersi indefinitamente anche in presenza di utilità e produttività marginale decrescenti per cui non esiste un programma ottimo o si

⁶ Ramsey F.P: (1928) op.cit, pag. 543,...

⁷ Becker R.A. (1980) “On the Long Run State in a Simple Dynamic Model of Equilibrium with heterogeneous Households”, *The Quarterly Journal of Economics*, 95, pp.375-382 e Becker R.A. (2006) Equilibrium dynamics with Many Agents, pp. 385-436 cap 13 in Dana R.A.- Le Van C-Mitra T.-Nishimura K (2006) “*Handbook on Optimal Growth*”.

⁸ Arrow J.K. (1999) Discounting, Morality, and gaming pag.14 cap 2 in Portney P.R.-Weynant P.ed (1999) “*Discounting and intergenerational equity*”.

⁹ Samuelson P.A. (1937) “A note on Measurement of Utility” *The Review of Economic Studies*, vol.4 pag. 159, (2) si riferisce al consueto funzionale. Questo in un certo senso è il primo lavoro in cui si utilizza il modello dell’utilità scontata nei termini che conosciamo anche oggi.

può determinare un sacrificio eticamente inaccettabile per le generazioni presenti¹⁰. Il ricorso a strattagemmi come in Ramsey o a criteri alternativi come in Von Weizacker non risolvono in problema perché al più si realizzerebbe un ordinamento parziale dei programmi di consumo e di accumulazione¹¹. Vi sono, quindi, valide ragioni in favore di un tasso di preferenza intertemporale o di impazienza¹² come è stato argomentato, nella storia del pensiero da numerosi economisti fra i quali hanno un posto di rilievo Senior, Jevons, ma, soprattutto, Rae, Böhm-Bawerk e Fisher¹³. Il primo, Rae, era interessato a comprendere il processo di accumulazione di un paese e i motivi per cui alcune persone, ma non tutte, risparmiano. In particolare, per quanto concerne i motivi psicologici che sono alla base di una scelta intertemporale, enuclea alcuni fattori, quali il desiderio di lasciare un'eredità, l'atteggiamento mentale e le abitudini per mitigare la prodigalità, che favoriscono il processo di accumulazione, l'incertezza sulla durata della vita umana e il piacere che si prova nel consumo immediato contrapposto alla sofferenza di dover procrastinarlo, che invece servono da freno¹⁴. Böhm-Bawerk¹⁵ aggiunge a questi elementi la tendenza degli uomini a sottostimare i bisogni futuri e, soprattutto, egli imposta la scelta intertemporale come un trade-off fra risorse in diversi istanti di tempo. Ciò costituirà uno degli elementi fondanti dell'analisi di Fisher¹⁶ svolta tramite il famoso diagramma a due

¹⁰ Per una visione critica si veda Frederick S-Loewenstein G-O'Donoghue T.(2002) "Time Discounting and time Preference: A critical review", *Journal of Economic Literature*, vol. 40 pag.359.

¹¹ Becker R.A. –Boyd III J.H. (1997) "*Capital Theory, Equilibrium Analysis and Recursive Theory*" pp.66-69

¹² "Modern research workers have distinguished several forms of impatience. The terms discounting time perspective, and myopia have been used in slightly different senses in the literature" Becker R.A. –Boyd III J.H. (1997) "*Capital Theory, Equilibrium Analysis and Recursive Theory*" pag.85. In Frederick S-Loewenstein G-O'Donoghue T(2002) op.cit. pag.352 si distingue time discounting da time preference secondo linee diverse.

¹³ Va da sé che le interpretazioni sui contributi e sulla relativa importanza non sono coincidenti, per quanto segue ci siamo riferiti a Frederick S-Loewenstein G-O'Donoghue T(2002) op.cit 353-355, Becker R.A. (2006) op.cit pagg 387-388, Tobin J. (1987) Irving Fisher pp.369-377 e Rothbard M. (1987) Time Preference pp. 644-646, entrambi voci in Eatwell J.-Milgate M-Newman P. eds (1987) *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, Prima Edizione.

¹⁴ Si veda Frederick S-Loewenstein G-O'Donoghue T(2002) op.cit pag. 353. L'opera cui si fa riferimento è Rae J. (1934) "*Statement of Some New Principles on the Subject of Political Economy*".

¹⁵ Böhm-Bawerk E. Von (1889) "*Capital and Interest*", vol. II, pp.268-269. Secondo Rothbard (Rothbard M.(1987) op.cit pag.645 Fetter avrebbe eliminato l'errore di Böhm-Bawerk di fondare l'interesse sulla produttività marginale, che invece determina il prezzo di affitto dei beni capitali e avrebbe formulato una teoria del valore e della distribuzione in cui l'interesse viene spiegato dalla preferenza inintertemporale. Si veda Fetter F.A: (1902) "The 'Roundabout process' in interest theory, *The Quarterly Journal of economics*, vol.17, pp.163-180.

¹⁶ Molti sono i contributi dell'economista di Yale, fra gli altri, senza entrare nella teoria quantitativa e nella preziosa disamina dei numeri indice, si può ricordare come anticipi il concetto keynesiano di efficienza marginale, abbia chiaro di trattare il comportamento del consumatore sulla base di quella che oggi è comunemente indicata come teoria del ciclo vitale, non cada nell'errore di utilizzare il capitale come fattore di produzione. Va altresì notato come la teoria

periodi, fra consumo presente e consumo futuro e sostenuta dall'ipotesi che l'impazienza sia l'elemento che spieghi l'interesse. Anche Fisher distingue fra fattori oggettivi (la dimensione del reddito reale atteso, la sua ripartizione nel tempo, la composizione e il grado di incertezza)¹⁷ e fattori personali che sono quelli già indicati da Rae con l'aggiunta della short-sightedness e delle abitudini di consumo¹⁸. Fisher inoltre sottolinea l'importanza dei mercati finanziari per uguagliare i tassi soggettivi di preferenza intertemporale con il tasso di interesse di mercato "A man who, for a given income stream, has a rate of preference above the market rate...will borrow...On the other end, the man whose temperament or whose income stream or both give him a preference rate below the market rate...will lend" Ciò mette in evidenza come si possa considerare Fisher un predecessore immediato di Ramsey¹⁹

2. Preferenze recursive: la preferenza intertemporale su basi assiomatiche e il modello dell'aggregatore..

Nelle pagine seguenti faremo alcune ipotesi eroiche. Innanzitutto supporremo che il futuro abbia una durata indefinita, grazie al fatto che non è certo quanto finirà il mondo, ipotizzato fra l'altro deterministico!, che siano date le istituzioni civili e politiche e la popolazione, con la distribuzione al suo interno in termini di età. "Non è una buona premessa, ma posso fare ben poco al proposito. Non esiste una teoria adeguata che conduca dalla scienza politica e viceversa"²⁰. Parleremo di un individuo rappresentativo o di una successione di generazioni, ciascuna riferita a un periodo di tempo, anche se non è la stessa cosa parlare di benessere di un individuo e di una generazione che non si può identificare, per definizione, con un periodo di tempo. Per semplicità identificheremo il benessere con il flusso di un qualche consumo generalizzato, facendo astrazione dei vari problemi di aggregazione che si hanno a livello individuale e ancor più a livello di generazione. Quindi prescindere da considerazioni distributive, evitando le trappole concettuali

dell'interesse sia dedicata alla memoria di Rae e Böhm-Bawerk" Who laid the Foundations upon Which I have endeavored to Build" e nella prefazione scrive "My own theory is in some degree every one theory. Every essential part of it it was at least foreshadowed by John Rae in 1834" (Fisher I. (1930) "The Theory of Interest" pag.IX. sono particolarmente rilevanti i capp.4 e 20.

¹⁷ Fisher I. (1930) "The Theory of Interest" pp.71-80

¹⁸ Fisher I. (1930) "The Theory of Interest" pp.81-89.

¹⁹ Becker R.A. (2006) op.cit pag 388.

²⁰ Dasgupta P. (2004) *Benessere umano e Ambiente naturale*, pag. 119

che il fenomeno problematico della disuguaglianza presenta²¹; mentre faremo riferimento a situazioni di esternalità come gli effetti dimostrazione, le abitudini al consumo ecc. non saranno toccati, se non in modo superficiale, i temi delle risorse rinnovabili o meno²².

In una serie di articoli Koopmans²³ è riuscito a caratterizzare il ruolo essenziale del tempo strutturando l'ordinamento di preferenza intertemporale tramite una serie di assiomi. Infatti ordinando le sequenze di consumo su uno spazio di dimensione infinita fa emergere, in certe zone dello spazio dei programmi, la preferenza come una conseguenza logica e necessaria di certi assiomi, apparentemente plausibili e non da caratteristiche psicologiche dei soggetti economici²⁴. Koopmans suppone che il consumo di ciascun periodo appartenga a un sottoinsieme connesso di uno spazio euclideo, che l'ordinamento di preferenze sia rappresentabile con una funzione di utilità continua²⁵ rispetto alla sup-norm topology, che, per evitare complicazioni formali²⁶, vi siano un limite massimo e minimo finiti dell'utilità e che valgano i seguenti postulati:²⁷

1) Ci devono essere almeno due programmi di consumo che abbiano diverso solo il consumo del primo periodo e non siano indifferenti.

2) Il consumo nel primo periodo sia indipendente in termini di preferenza dai consumi negli altri periodi.

²¹ Si veda Kolm S.-C. (2009) "Economic inequality", www.ehess.fr, pp.1-8. il lavoro è stato pubblicato nella *Encyclopedia of Law and Society*.

²² Valgano per tutti Dasgupta P. S.-Heal G.M. (1979) *Economic Theory and Exhaustible Resources*, Heal G.M. (1998) *Valuing the Future: Economic Theory and Sustainability*, Dasgupta P. S. (2004) op.cit.

²³ Koopmans T.C. (1960) "Stationary Ordinal Utility and Impatience" *Econometrica*, vol. 28, pp.287-289, Koopmans T.C.- Diamond P.A.- Williamson R.A.(1964) "Stationary Utility and Time Perspective" *Econometrica*, Vol. 32, pp. 82-100, Koopmans T.C. (1972) "Representation of Preference orderings with Independent Component of Consumption" pp.57-78 e Koopmans T.C. (1972) Representation of Preference Orderings over Time, pp.79-100 rispettivamente cap 3 e cap 4. In McGuire C.B.-Radner R. eds (1972) *Decision and Organization: A volume in Honor of Jacob Marschak*.

²⁴ Koopmans T.C. (1960) op.cit pag.306.

²⁵ Come mette in evidenza Tani devono essere soddisfatti gli assiomi che consentono di costruire una funzione di utilità Tani P. (1987) "Tjalling C. Koopmans : *Econometria, analisi delle attività, crescita ottimale*", nota 54 a pag.31: il lavoro di Tani è stato una preziosa guida per le nostre osservazioni insieme a Becker R.A.-Boyd III J.(1997) op.cit. 71-78

²⁶ Ma non ci riesce del tutto "...his analysis is obscured by technical digressions and several inaccuracies" Bleichrodt H.-Rohde K.I.M-Wakker P. (2008) "Koopmans' constant discounting for intertemporal choice: A simplification and a generalization", *Journal of Mathematical psychology*, vol.52, pp.341-347. Va da sé che tutti i problemi formali vengono risolti.

²⁷ Ci sono diverse esposizioni del sistema di assiomi di Koopmans a partire ovviamente dallo stesso autore, noi ci siamo riferiti a Becker R.A.-Boyd III J. (1997) op.cit.

3) I consumi dei primi due periodi siano indipendenti da ogni altro.

4) che se due programmi hanno lo stesso consumo nel primo periodo, l'ordinamento di preferenza fra loro non cambia se eliminiamo la parte comune e anticipiamo di un periodo ogni altro consumo.

Allora è possibile esprimere, a meno di una trasformazione lineare positiva, l'utilità di un intero programma di consumo come somma scontata a tasso costante minore di 1 delle utilità immediate relative a ciascun intervallo futuro. Il quarto postulato è detto di stazionarietà, il secondo e il terzo congiuntamente, di indipendenza estesa. Qualora valgano soltanto il primo, il secondo (detto di indipendenza limitata) e il quarto, si generalizza la rappresentazione precedente in quanto si può esprimere l'utilità complessiva del programma a durata infinita come funzione dell'utilità del primo periodo di consumo e dell'utilità (stessa funzione della complessiva) del programma a partire dal secondo periodo. Quando ciò si verifica la funzione che rappresenta l'ordinamento è detta *recursiva* e l'operatore definito sul prodotto cartesiano dell'utilità immediata e di quella futura è detto aggregatore.

Seguendo Heal²⁸ possiamo far comprendere in modo semplice quanto siano restrittivi i postulati. Si consideri un programma, per semplicità che dura tre periodi e indichiamo con c_1, c_2, c_3 i corrispondenti livelli di consumo (si può sempre supporre che i consumi dei periodi successivi siano nulli) Si consideri ora un qualunque punto nel piano c_1-c_3 , il livello del consumo del secondo periodo è 0; se saliamo lungo l'asse c_2 in modo perpendicolare avremo combinazioni di consumo che mutano solo per quanto concerne il secondo periodo, allora la pendenza della curva di indifferenza rispetto ai consumi del primo e terzo periodo determinata su un piano parallelo al piano c_1-c_3 deve essere la stessa lungo l'asse verticale e ciò vale per ogni punto iniziale. Si inducono in tal modo forti restrizioni sulla forma delle curve di indifferenza ammissibili "Arbitrary convex increasing preferences over utility sequences will certainly not satisfy independence. Nor do Cobb-Douglas or most homothetic preferences."²⁹ Lo stesso accade per il postulato di stazionarietà. Si consideri un piano parallelo al piano c_2-c_3 passante per un qualunque punto del piano c_1-c_3 , è chiaro che è caratterizzato da tutti i piani che hanno lo stesso livello di consumo del primo periodo allora l'ordinamento di preferenze realizzato deve essere, per la stazionarietà lo stesso, se proiettiamo ogni combinazione sul piano c_2-c_3 . Il ragionamento deve valere qualunque sia il valore iniziale di c_1 .

²⁸ Heal G (2005) "Intertemporal Welfare Economics and The Environment", cap 21 di Müller K.G.-Vincent J.R. eds (2005) "Handbook of Environmental Economics", vol. 3, pp.1110-1114.

²⁹ Heal G (2005) op.cit. pag 1112.

Il contributo iniziale di Koopmans ha dato origine a una serie di studi sulla stazionarietà, sull'impazienza, sulla prospettiva intertemporale e altri concetti collegati in. Innanzitutto Lancaster³⁰ ha elaborato un sistema di dieci postulati direttamente sull'ordinamento di preferenza individuale relativo a panieri di beni multidimensionali disponibili su un arco teretemporale infinito. I primi cinque, standard, garantiscono che ci sia un ordinamento di preferenze, continuo, convesso e monotono, i secondi riguardano la preferenza intertemporale e accanto alla stazionarietà viene formulato un postulato di omogeneità nel senso che se un paniere è preferito o indifferente a un altro a un determinato istante di tempo, tale preferenza non muta se moltiplichiamo i due panieri (multidimensionali) per una stessa costante positiva. Sulla base di tali postulati Lancaster dimostra che vi è indifferenza fra disporre di un paniere all'istante t e dello stesso paniere al tempo zero scontato per un periodo di tempo pari a t a un tasso k , costante, minore di 1. Il tema è stato ripreso, negli anni '80, da Fishburn e Rubinstein³¹ con l'intenzione di far emergere, in modo formalmente rigoroso, una preferenza intertemporale quando si tratti di risultati positivi e di differimento (procrastinazione) nel caso di esiti negativi. L'analisi svolta si caratterizza, fra l'altro, per la costruzione di una funzione di utilità continua sul prodotto cartesiano di risultati e tempo, dove i risultati sono rappresentati su un intervallo reale, che include lo zero, e il tempo invece su un intervallo non negativo o un insieme di interi non negativi. Gli autori esplorano le implicazioni di un'ipotesi più debole della stazionarietà al fine di enucleare l'effetto intertemporale nell'ordinamento di preferenza, ipotesi utilizzata per la prima volta da Debreu³², in un contesto analogo ma non equivalente, per rappresentazioni additive dell'ordinamento di preferenza.

In tutti questi approcci si utilizza il metodo assiomatico e si procede formulando dei postulati sull'ordinamento intertemporale. Esiste un altro approccio, definito modello dell'aggregatore, per costruire una funzione di utilità recursiva. In tale metodo, proposto e utilizzato per la prima volta da Stokey e Lucas³³, si analizza il problema inverso, infatti si assume l'aggregatore come elemento originario e si ricava la funzione di utilità, definita su tutte le successioni di consumo, come unico punto fisso di un processo iterativo attraverso il teorema delle contrazioni. Fra le diverse proprietà

³⁰ Lancaster K. (1963) "An Axiomatic Theory of Consumer Time Preference" *International Economic Review*, vol.4, pp.221-230.

³¹ Fishburn P.C.-Rubinstein A. (1982) "Time Preference" *International Economic Review*, vol.23.,pp.677-694.

³² Debreu G. (1960) "Topological Methods in Cardinal Utility Theory" in Arrow J.K.- Karlin S.-Suppes P. eds (1960) *Mathematical Methods in the Social Sciences*, pp.16-26.

³³ Lucas Jr, E.R.-Stokey N.L. (1984) "Optimal Growth with Many Consumers" *Journal of Economic Theory*, vol.32, pp. 139-171.

inizialmente postulate per l'aggregatore, come la continuità, la concavità, l'essere crescente rispetto a ogni argomento e di soddisfare la condizione lipschitziana di ordine uno, quella di limitatezza dell'aggregatore era fortemente restrittiva escludendo dal proprio ambito di applicazione molte funzioni comunemente impiegate dalla letteratura. Ovviamente negli anni successivi il problema è stato rimosso così da poter estendere l'analisi a aggregatori illimitati grazie, fra gli altri, al metodo delle somme parziali di Boyd III³⁴ o alla condizione di biconvergenza di Streuffert³⁵. Il metodo dell'aggregatore presenta il vantaggio di sintetizzare, senza perderle, le informazioni del problema confinando l'analisi su uno spazio a due dimensioni, l'utilità del periodo presente e quella del programma originario a partire, però dal secondo periodo. Non va confuso con un problema di dualità come si riscontrano, ad es. ma non solo, nella teoria del consumatore fra utilità indiretta e funzione di spesa: da un punto di vista analitico i metodi di dualità sono utilizzati su uno spazio di dimensione finita, mentre qui, operando con sequenze infinite di beni, dovremmo affrontare complicazioni formali non facili da sormontare.

3. Altre rappresentazioni additive delle preferenze.

Vi sono altri campi della teoria economica, oltre i modelli di accumulazione, in cui è importante introdurre restrizioni in modo che le variabili rilevanti non vengano influenzate da cambiamenti delle altre. In particolare, si utilizzano ampiamente strutture additive delle preferenze nell'analisi delle scelte in condizioni di incertezza e nella teoria del consumatore sia per le strutture teoriche che, soprattutto, ai fini delle applicazioni econometriche³⁶.

Per ottenere strutture additive si deve ipotizzare una qualche "condizione di inessenzialità"³⁷. Si dice che un sottoinsieme di indici del prodotto cartesiano

³⁴ Boyd III J. H. (1990) "Recursive Utility and the Ramsey Problem", *Journal of Economic Theory*, vol.50, pp.326-345. Si vedano in particolare pp.334-336.

³⁵ Streuffert P. (1998) "Recursive utility and Dynamic Programming", in Barbera S.-Hammond P.J.-Seidl C. (1998) *Handbook of Utility Theory*. pp.93-121. In realtà il suo contributo è stato sviluppato in diversi lavori, questo citato rappresenta una sintesi dei risultati conseguiti. Si vedano anche Becker R.A. -Boyd III J.H. (1997) op. cit pp.75-78 e Boyd III J.H. (2006) "Discrete-Time Recursive Utility" cap. 9 in Dana R.A.- Le Van C-Mitra T.-Nishimura K (2006) *Handbook on Optimal Growth* "pp.251-272.

³⁶ Ci riferiamo alle molteplici applicazioni in cui è rilevante aggregare alcune o tutte le variabili quali, ad es. problemi del two-stage budgeting, la teoria del capitale, la funzione di benessere sociale à la Bergson-Samuelson ecc. Su questi aspetti si veda Blackorby C.-Primont D.-Russell R.R (1998) "Separability: A Survey" in Barbera S.-Hammond P.J.-Seidl C. (1998) *Handbook of Utility Theory*. pp.49-92. Per comprendere la logica e la struttura formale degli ordinamenti additivi si veda Wakker P. (1989) "Additive Representations of Preferences. A New Foundation of Decision Analysis"

³⁷ Wakker P. (1989) op.cit. pagg.29-30.

degli insiemi di alternative è inessenziale per l'ordinamento di preferenza se risultano indifferenti i panieri che hanno le stesse componenti per l'insieme complementare di indici. In altre parole la preferenza si gioca sulle altri beni del paniere. Allora Debreu³⁸, come si è detto, utilizzando la web theory, dimostra come l'inessenzialità su tre o più coordinate sia condizione necessaria e sufficiente affinché ordinamenti di preferenza continui siano rappresentabili in forma additiva su spazi connessi e separabili, generalizzando così l'analisi svolta da Leontief³⁹ su spazi euclidei e con funzioni differenziabili. Gorman⁴⁰ ha mostrato come si possano attenuare le condizioni di inessenzialità per spazi separabili connessi per archi. Le ipotesi che formula non sono di facile comprensione⁴¹ e richiedono una qualche forma di indipendenza della alternative.

Questi contributi rientrano in quello che Wakker⁴² ha definito l'approccio topologico cui contrappone l'approccio algebrico che ha in KLST gli alfieri più importanti. Secondo Wakker anche se in entrambi si utilizzano condizioni non necessarie l'approccio algebrico è più generale dal momento che: a) le condizioni utilizzate (assioma di solvibilità e assioma Archimedeo) sono empiricamente più rilevanti e si prestano maggiormente a essere falsificate rispetto alla condizione di natura topologica. b) nell'approccio di KLST non occorre formulare ipotesi di continuità rispetto alla topologia prodotto in spazi separabili e connessi affinché siano soddisfatte le condizioni da cui discendono tali risultati. c) grazie a Wakker, anche l'ultimo vantaggio dell'approccio topologico costituito dal produrre una rappresentazione additiva che sia sempre continua, viene meno⁴³.

³⁸ Debreu G. (1960) op.cit. Si veda su questi e successivi aspetti Wakker P. (1989) op.cit pp. 75-77.

³⁹ Leontief W.W (1947)" A note on the Interrelation of Subsets of Independent Variables of a Continuous Function with Continuous First Derivatives" *Bulletin of the American mathematical Society*, vol 53, pp. 343-350.

⁴⁰ Gorman W. M. (1968)"The Structure of Utility Functions" *The Review of Economic Studies*, vol.35, pp.367-390. In esso si utilizzano le equazioni funzionali come) in Katzner W. D. (1970) "*Static Demand Theory*".

⁴¹ Basta leggersi il teorema 2 o il paragrafo 6 (Gorman W.M. (1968) op.cit., rispettivamente, pp.375-377 e pp.383-386)

⁴² Wakker P.(1988) "The Algebraic versus the Topological Approach to Additive Representations" *Journal of Mathematical Psychology*, vol. 32, pp.421-435. L'acronimo KLST sta per gli autori Krantz. D.H-Luce R.D.-Suppes P-Tversky (1971)" *Foundations of measurement. Vol 1. Additive e polynomial representations*"

⁴³ Wakker P.(1988) op.cit pag. 422. ricorda che ci sono condizioni necessarie e sufficienti su strutture finite ma "Unfortunately, these conditions in fact constitute an infinite sequence of axioms, so there is no straightforward way to test them...for infinite models necessary and sufficient conditions have been obtained in Jaffray (1974 a e b). These are more complicated than those for the finite models" I lavori di Jaffray citati sono la tesi di dottorato e Jaffray J.-Y (1974) "On the extension of additive utilities to infinite sets" *Journal of Mathematical Psychology*, vol 11, pp.431-452.

Nei modelli di accumulazione e di risparmio la continuità è importante e vedremo ha un preciso significato economico, inoltre in tali modelli si analizzano problemi analoghi ma non concettualmente identici ad altre aree della teoria economica, quali le scelte in condizioni di incertezza e la teoria della domanda⁴⁴. Infatti, mentre nel primo caso stiamo addizionando consumi in tempi diversi dello stesso individuo o stessa dinastia, nel caso dell'utilità attesa si tratta di eventi incompatibili e quindi si addizionano conseguenze che si potrebbero non sperimentare. Ora se è indubbio che l'ipotesi di indipendenza nel caso di scelte intertemporali sia stringente ed irrealistica, è altrettanto vero che una funzione di utilità che consente un'interrelazione illimitata diventa così generale da essere di nessuna utilità. Infatti com'è noto che nella teoria del consumo si deve simultaneamente decidere fra tempo libero e tempo di lavoro, fra acquisto di beni di consumo durevoli e non tenendo conto del reddito corrente e di quello futuro, delle attività finanziarie e reali ecc. Però dal momento che "Such interactions pose formidable problems, not only for the consumer but also for the economist who attempts to describe consumer behavior...Nor is there much hope of predicting behavior if all such possible interactions must be allowed for" allora è "indispensabile", per semplificare il problema e svolgere un'analisi significativa, l'introduzione di strutture additive o l'aggregazione di gruppi di variabili.⁴⁵Solo così, si possono esaminare in dettaglio gli aspetti rilevanti distinguendoli da ciò che può essere raggruppato e analizzato, per sommi capi, senza fare violenza ai fatti sotto l'ipotesi, da assoggettare a verifica empirica, di avere inserito le variabili essenziali e, sapendo altresì che a fini econometrici l'introduzione di variabili può dare luogo a associazioni spurie. Se si pensa⁴⁶ all'ipotesi di concorrenza perfetta in assenza di economie esterne che consente di studiare la singola impresa o all'ipotesi di rendimenti di scala per cui è possibile scindere l'analisi della dimensione dalla struttura produttiva ecc, si vede che l'ipotesi di separabilità non si confina alla sola teoria della domanda.

⁴⁴ Gorman W.M.(1987) Separability, in Eatwell J.-Milgate M.-Newman P. eds (1987) op.cit pp.305-311. "However, the classical locus of the idea (la separabilità) is in the theory of demand..." pag.305.

⁴⁵ Deaton A.-Muellbauer J. (1980) "*Economics and consumer behavior*" pag. 120 Si vedano altresì Deaton A. (1992) "Understanding Consumption", Blackorby C.-Primont D.-Russell R.R (1998) op.cit., Jappelli T.- Pistaferri L. (2000) op.cit.e Bagliano F-B-Bertola G. (1999) "*Models for Dynamic Macroeconomics*".

⁴⁶ Gorman W.M. (1987) op.cit pag. 305.

4. Alcuni pregi e difetti dell'approccio con preferenze recursive.

Il modello con l'utilità scontata a tasso costante non è difendibile sul piano teorico e in contrasto con l'evidenza empirica. Già Samuelson⁴⁷ ne aveva messo in evidenza i limiti e, le cui implicazioni sono state, poi, enucleate da una vasta e consolidata letteratura. Pertanto ci limitiamo a esporre sinteticamente le tesi principali. In tale modello, l'utilità di un periodo non è influenzata dall'aspettativa dell'utilità futura o dal consumo nei periodi precedenti per cui il saggio di sostituzione fra una coppia di beni, rimane inalterato indipendentemente dal vissuto esistenziale. Invece, possiamo osservare come consumi in diversi periodi di tempo siano legati da fenomeni di interdipendenza così, ad es., la consistenza e la composizione di una colazione è legata all'abbondanza della cena della sera precedente. Le analisi empiriche evidenziarono ben presto l'esistenza di variabili ritardate nella funzione del consumo che furono interpretate in linea con i dati statistici come un "habit persistence theory of the casual basis of the lag"⁴⁸ I tests successivi sulle equazioni stocastiche di Eulero che sono connesse alle preferenze additivamente separabili hanno portato a rigettare statisticamente l'ipotesi, per cui si sono sviluppati e stimati modelli econometrici in cui è presente un legame di dipendenza intertemporale nei gusti⁴⁹. E' ,quindi, realistico e fondato teoricamente ritenere che livelli di consumo individuale dipendano dal consumo aggregato (moda) o dall'imitazione dei vicini (keeping-up with the Joneses) (fenomeni di external habits) mentre la capacità di apprezzare le diverse sfumature dell'aroma e del bouquet di un vino d'annata si formano , in gran parte, con l'abitudine che, come i tenori di vita, una volta acquisita, è difficile modificare (internal habits). "l'importanza delle abitudini dipende dalla loro intensità ed è massima per quelle sostanze che danno vera e propria assuefazione (come gli stupefacenti e alcolici)"⁵⁰.

⁴⁷ Samuelson P.A. (1937) op.cit. pag.160, dove si parla della necessità di una "theory of "history" perchè i parametri del problema di massimizzazione inintertemporale devono essere "socially determined; "effective" desire for social prestige, length of human life, lyfe cycle of economic activity, corporate structure, institutional banking and investment structure ecc" e ,infine, siamo nel campo in cui "...the powerful tools of mathematical abstraction will little serve our turn, and direct study of such institutional data would seem in order".

⁴⁸ Brown T.M. (1952) "Habit Persistence and Lags in Consumer Behaviour" *Econometrica*, vol.50, pp. 355-370. La citazione è a pag. 355.

⁴⁹ Valga per tutti Hayashi F(1985) "The permanent income hypothesis and consumption durabilità: Analysis based on Japanese panel data" *The Quarterly Journal of Economics*, vol 100, pp.1083-1113.

⁵⁰ Jappelli T.- Pistaferri L. (2000) op.cit. pag 138. Per la letteratura oltre alle opere citate in nota 42 si consideri Alonso-Carrera J.-Caballè J.-Rauch X. (2005) "Growth, habit formation, and catching-up with the Joneses" *European Economic Review*, vol.49,pp.1665-1691 e Chen, B-L (2007) " Multiple BGP's in a Growth Model with Habit Persistence" *Journal of Money, Credit and Banking*, vol.39, pp.26-48 che rappresentano un collegamento fra due tipi di

E' noto come l'ipotesi di un tasso costante di preferenza intertemporale limiti fortemente le implicazioni di lungo periodo dei modelli economici. Abbiamo già visto come nel caso di una pluralità di agenti economici, l'eterogeneità dei tassi di sconto comporti la conclusione obbligata in cui tutta la ricchezza sia concentrata nelle mani del soggetto più paziente, una conclusione che riecheggia quella dei primi modelli di crescita con due classi sociali con diversa ma costante propensione al risparmio aggregato. Oppure si consideri il modello neoclassico standard con un solo settore produttivo e un consumatore rappresentativo che ha previsione perfetta, si supponga che il lavoro sia offerto in modo anelastico e sia tassato con un'aliquota costante il reddito da capitale. I proventi della tassazione vengono trasferiti dalle autorità di governo al consumatore che possiede l'impresa. La conclusione è "The steady-state after-tax rate of return to capital is independent of the tax rate. The capital income tax is completely shifted to the untaxed labor factor"⁵¹. Il risultato si produce in quanto l'offerta di lungo periodo del capitale è perfettamente elastica.

Le ragioni del largo utilizzo dell'utilità additivamente separabile sono facilmente comprensibili. Consente di utilizzare gli strumenti della programmazione dinamica, ha prodotto risultati analitici chiari nella teoria della crescita come, ad es., "the asymptotic approach to a saddlepoint 'turnpike'"⁵², evidenziando il peso delle ipotesi e orientando proficuamente la ricerca. Inoltre la soluzione ottenuta è coerente in senso intertemporale, caratteristica molto rilevante soprattutto nella letteratura macroeconomica per analizzare gli effetti economici quando policymakers siano tentati di deviare dalle regole di politica economica preannunciate. Si è sviluppata una vasta letteratura sulla credibilità della politica economica, sulle diverse sfaccettature di tale concetto, per cui la relativa definizione è legata al contesto economico, sui costi che la collettività deve sostenere ponendo l'accento sul processo di formazione della politica⁵³. Ricordiamo⁵⁴ che, a livello microeconomico l'incoerenza può sorgere solo per incompletezza o imperfezione delle

letteratura che si ignorano, l'uno rivolto, soprattutto, alla teoria del consumo, delle applicazioni econometriche e l'altro, caratterizzato da preferenze recursive, volto ai sentieri di crescita bilanciata e all'accumulazione.

⁵¹ Becker R.A.-Boyd III J. (1997) op.cit. pag.13.

⁵² Samuelson P.A. (1971) "Turnpike Theorems Even Though Tastes are Intertemporally Dependent", *Western Economic Journal*, vol.9, pp.21-26, la citazione è a pag. 21.

⁵³ Blanchard O-Fisher S.(1989) op.cit. cap11, Persson T.-Tabellini G. (1996) "Politica Macroeconomica" e Drazen A. (2000) "Political Economy in Macroeconomics" cap.4.

⁵⁴ Il problema della coerenza intertemporale era già presente in Samuelson P.A. (1937) op.cit. pag.160. Per un'analisi illuminante si veda Deaton A.-Muellbauer J. (1980) op.cit. pp. 340-344.

informazioni, al di fuori di questi casi se infatti al tempo 0 è stato scelto il piano ottimale, lo scorrere del tempo vede solo l'esecuzione del programma stabilito. Un'eventuale ripianificazione non cambia la porzione presente e futura del piano ottimale qualora si tenga conto delle variabili ottimali passate. Se viene ipotizzata una separabilità fra i diversi periodi di tempo (basta la condizione di stazionarietà delle preferenze!⁵⁵) si possono omettere le variabili passate, basta tener conto solo del loro effetto sugli assets. L'incoerenza può manifestarsi quando si utilizzi una funzione additiva separabile con un tasso di sconto legato al tempo che intercorre fra scadenza effettiva e tempo "iniziale" dal momento, come dimostrato da Heal, condizione necessaria e sufficiente affinché la pianificazione sia coerente, è la costanza del tasso di sconto.⁵⁶

In realtà l'ipotesi di additività è meno stringente di quanto appaia a prima vista, ridifinendo opportunamente le variabili e ammettendo che ci sia una tecnologia di produzione a livello della famiglia allora si possono introdurre, nello schema additivo, abitudini nel consumo come nel caso in cui il consumo di un qualunque periodo sia influenzato da quello del periodo precedente.⁵⁷ Comunque, in questo caso specifico di interdipendenza continuano a valere i teoremi del turnpike che "have been derived by variational methods appropriate only to additive maximands"⁵⁸.

Una critica radicale è stata formulata dagli esponenti della "Behavioral Economics"⁵⁹. Infatti, sulla base di una vasta esperienza empirica, maturata con esperimenti che hanno visto anche il concorso di animali, tale economisti sostengono che l'ipotesi del tasso costante dovrebbe essere abbandonata in favore di un tasso di sconto decrescente col tempo di maturità. Invero l'attacco è più generale e viene rivolto allo scarso realismo delle fondamenta psicologiche della costruzione standard anche se non è ben chiaro se si proponga come un articolazione realistica del paradigma, sostituendo ipotesi

⁵⁵Becker R.A.-Boyd III J. (1997) op.cit.72

⁵⁶ Heal G. (1980) "la teoria della pianificazione economica" pp. 235-240

⁵⁷ Mas-Colell A.-Whiston M.D- Green J. (1995) "*Microeconomic Theory*", pag. 735.

⁵⁸ Samuelson P.A. (1971) op.cit. .

⁵⁹ Si tratta ormai di una vasta letteratura. Per semplicità facciamo riferimento a Frederick S-Loewenstein G- O'Donoghue T(2002) op.cit , Camerer C.-Loewenstein G. (2003) "Behavioral Economics: Past, Present, Future" in Camerer C.-Loewenstein G.-Rabin M. (eds) (2003) "*Advances in Behavioral Economics*", pp. 3-51, Camerer C. (2008) "Behavioral Economics", Div HSS 228-87, pp. 1-51, Innocenti A. (2009) "L'economia Cognitiva", pp. 96 . Per una valutazione critica si veda Rubinstein A. (2001) "A Theorist's View of Experiments" , *European Economic Review*,45, pp.615-628, Rubinstein A. (2003) "'Economics and Psychology'? The case of Hyperbolic Discounting", *International Economic Review*, vol. 44, pp.1207-1216, Rubinstein A. (2006) "Discussion of "Behavioral Economics" "in <http://arielrubinstein.tau.ac.il/>, pp.1-13.

semplificatrici che non sono centrali, o come una nuova scuola di pensiero; in modo enfatico ma efficace Rubinstein parla di "rivoluzione culturale". La stessa ambiguità si riscontra a livello epistemologico, infatti in un caso⁶⁰ si prendono le distanze dall'"as if" friedmaniano, accettando il criterio dell'accuratezza delle previsioni ma richiedendo che le ipotesi siano psicologicamente realistiche, in un altro si accettano i criteri di Stigler di congruenza con la realtà, trattabilità e generalità⁶¹. Comunque sia per quanto concerne l'ipotesi di sconto iperbolico, inevitabilmente emerge una situazione di incoerenza intertemporale, per cui sono necessari ipotesi forti per precisare come possano interagire le "diverse parti" dell'identità individuale o le diverse generazioni a livello dell'intera società.. In ogni caso, come sottolinea correttamente Rubinstein⁶², gli esponenti della Behavioral Economics separano, per ogni individuo, l'ordinamento di preferenza che serve a spiegare il comportamento è diverso dalla funzione di utilità da introdurre in un'analisi del benessere e che alcuni esperimenti (guadagni che sono scontati a un tasso maggiore rispetto alle perdite, preferenza per sequenze di risultati crescenti nel tempo,) sono confermati dalla nostra intuizione ma da essi emerge che "The hyperbolic discounting functional form is only marginally different from the standard utility function...The economic paradigm of optimizing a simple functional form is "safe" and we are tempted to declare the establishment of a new discipline: "psychology and economics""⁶³. Anche se partono sempre dall'analisi di una situazione del mondo reale che non può essere spiegata, del tutto o in modo convincente, dal paradigma neoclassico, vi sono legittime perplessità sulla modalità di esecuzione degli esperimenti sull'analogia con il comportamento degli animali che sono alla base della Behavioral Economics.⁶⁴ Ma il maggior dissenso riguarda l'aspetto epistemologico di interpretare e gli obiettivi della teoria economica. Il modello economico⁶⁵ rappresenta una grammatica con cui organizzare ed esprimere in forma rigorosa e precisa, grazie agli strumenti formali le intuizioni e le introspezioni sul mondo reale. Soprattutto nel metodo assiomatico vi è una netta separazione fra forma e contenuto empirico: gli assiomi e i teoremi che ne discendono sono enunciati

⁶⁰ Camerer C. (2008) op.cit. pag.2

⁶¹ "More generally, once psychological effects enter into the calculus, there is no escape from separating welfare and behavior" Rubinstein A. (2006) op.cit. pag.5.

⁶² Rubinstein A. (2006) op.cit pag. 5

⁶³ Rubinstein A. (2003) op.cit pag.1209.

⁶⁴ Rubinstein A. (2001) op.cit. 625-627

⁶⁵ Si vedano Guidi V.(1999)"Debreu: assiomatizzazione e equilibrio generale", *Studi Economici*, vol. 69, pp.5-32 e Rubinstein A. (2001) op.cit. pp. 620-624.

privi di referente a cui associamo le interpretazioni possibili. Gli assiomi formulati per la prima volta da Koopmans modellano meglio dell'approfondimento psicologico il processo mentale di un soggetto economico razionale calato in una prospettiva intertemporale e , come vedremo , in spazi di dimensione infinita, sono capaci di rivelare⁶⁶ , in presenza di continuità, un forte contenuto etico.

Vi sono , pertanto, validi motivi per ammettere l'esistenza di un saggio positivo di preferenza intertemporale anche se, per gli esponenti della Behavioral Economics "the most compelling reason" per accettare una simile prospettiva discenda dall'analisi filosofica di Parfit "...who contends there is no enduring self or "I" over time to which all future utility can be ascribed".⁶⁷Di recente , la famiglia delle funzioni di utilità recursive sono state proposte ed utilizzate come generalizzazione delle funzioni additive, consentendo di analizzare il tema dell'allocazione intertemporale sotto condizioni meno restrittive. Infatti da esse può discendere un tasso di preferenza variabile che consente, ad es., di determinare in modo unico le allocazioni di steady-state, in cui gli individui più pazienti hanno più dotazioni finali , ma non la totalità degli assets e di generare una curva di offerta del capitale a elasticità finita per cui l'eventuale tasso non viene più traslata sul lavoro. Ciò si verifica in quanto con preferenze recursive il tasso di preferenza può dipendere dal sentiero del consumo: infatti , accettando l'osservazione critica di Hicks⁶⁸, sono stati elaborati modelli in cui i consumi di periodi adiacenti sono dipendenti. A cominciare da Wan⁶⁹ che si concentra nell'analisi dei sentieri di crescita quando il funzionale di utilità dipenda dal sentiero e per determinare i saggi di sostituzione fra tempi diversi si fa ricorso alla derivata di Volterra. L'analisi è generalizzata da Ryder e Heal⁷⁰

⁶⁶ "it provides an engine of discovery" Backhouse R. (1998) "If Mathematics is informal, Then Perhaps We Should Accept That Economics Must be Informal Too", *The Economic Journal* , vol.108, pag 1852.

⁶⁷ Frederick S-Loewenstein G-O'Donoghue T(2002) op.cit pp.359-360 si trova una breve ma efficace presentazione delle tesi di Parfit . Si veda per un'analisi più approfondita Frederick, S. (2003)"Time preference and personal identity" in Loewenstein G.- Read D.- Baumeister R. [eds]. "*Time and Decision: Psychological Perspectives in Intertemporal Choice*". pp.1-13. E' doveroso segnalare che nell'analisi di Parfit non si riscontrano giustificazioni né del livello del tasso né della sua costanza.

⁶⁸ " Non ha senso assumere che consumi di periodi fra loro vicini nel tempo siano indipendenti; normalmente vi è invece fra essi una forte complementarità " Hicks J.R. (1971) "*Capitale e Crescita*", pag. 293 (l'edizione originale è del 1965)

⁶⁹ Wan H.Y.(1970)"Optimal Savings Programs under Intertemporally Dependent Preferences", *International Economic Review*, vol.11, pp.521-547. Il primo che parla della necessità di utilizzare la derivata di Volterra é Samuelson P.A. (1937)op.cit.pag. 160. Fra gli autori che analizzano l'influenza degli habits va annoverato Samuelson P.A (1971) op.cit, ma come abbiamo detto limita l'analisi alla considerazione dei turnpikes.

⁷⁰ Ryder H.E.-Heal G.M. (1973)"Optimal Growth with Intertemporally Dependent Preferences", *Review of Economic Studies*, vol.40, pp.1-33.

in varie direzioni. Da un lato, sotto l'ipotesi di non sazietà, essi derivano un unico steady state intorno al quale possono oscillare i sentieri di crescita, senza quindi essere monotonici, dall'altro in presenza di sazietà si possono avere molteplici steady state. Nel loro articolo, l'utilità di un periodo dipende dal consumo e da una variabile di stato che è una media dei consumi precedenti ponderata con pesi esponenziali. Dall'analisi in tempo continuo di Ryder e Heal si ritorna a una periodizzazione discreta con Boyer⁷¹. In un contesto semplificato, solo dal punto di vista analitico e non concettuale, in cui la dipendenza è limitata al solo periodo precedente, si caratterizza l'effetto delle abitudini di consumo sulle condizioni necessarie e sufficienti dell'ottimalità, sulle proprietà dei sentieri di consumo e di capitale e sulle proprietà asintotiche del processo di sviluppo. Saranno Mitra e Nishimura⁷² a svolgere un'analisi completa degli effetti dell'interdipendenza al fine di identificare quali dei risultati di un modello "à la Ramsey" permangano in uno scenario diverso. Inoltre, essi si propongono di analizzare la dinamica locale delle soluzioni utilizzando una sorta di "forma ridotta" nel senso che gli argomenti della funzione di utilità sono le variabili di stato (gli stocks di capitale). Ciò, se da un lato complica l'analisi in quanto invece di un solo bene capitale, per l'interdipendenza, si considera uno spazio a due dimensioni, dall'altro lato si ottengono informazioni sulla velocità di convergenza delle soluzioni ottimali non stazionarie allo stock ottimale di capitale.

A partire da Uzawa⁷³ gli effetti delle abitudini sono stati introdotti supponendo che il tasso di sconto vari in funzione del programma di sviluppo. L'analisi è stata presto generalizzata da Epstein⁷⁴ che giustifica l'utilizzo del funzionale di Uzawa non solo per il fatto che sia l'unico in tempo continuo, ma, soprattutto,

⁷¹ Boyer M. (1978) "A Habit Forming Optimal Growth Model" *International Economic Review*, vol.19., pp.585-609.

⁷² Mitra T.-Nishimura K. (2005) "Intertemporal Complementarity and Optimality: A Study of a Two-Dimensional Dynamical System", *International Economic Review*, vol. 46, pp.93-131. Per quanto riguarda il modello tradizionale un'analisi completa si trova in Becker R.A.-Boyd III J.H.(1997) op.cit. capp-4-8.

⁷³ Uzawa H. (1968) "Time preference, the consumption function and optimum asset holdings" in Wolfe J.N. (ed) "Value, capital and growth: papers in honour of Sir John Hicks" pp.485-504. L'analisi è stata estesa in Uzawa H.(1991). "Time Preference and an Extension of the Fisher-Hicksian Equation" in Zamagni S.-McKenzie L. W.(eds) (1991) "Value and Capital Fifty Years Later", pp.90-121, seguita dal commento molto critico di Hildebrand, anche se formalmente ineccepibile, circa il problema del consumatore in spazi di dimensione infinita: si ricordi che a Hildebrand e Debreu si deve il primo modello di equilibrio generale con beni infiniti, mai pubblicato.

⁷⁴ Tanto che in letteratura si parla ormai del modello Uzawa-Epstein. Si vedano Epstein L.G.-Hynes A.J (1983a) "The Rate of Time Preference and Dynamic Analysis", *Journal of Political Economy*, vol.91, pp.611-635, Epstein L.G (1983b) "Stationary Cardinal Utility and Optimal Growth Under Uncertainty", *Journal of Economic Theory*, vol.31, pp.133-152, Epstein L.G (1987a) "The Global Stability of Efficient Intertemporal Allocations", *Econometrica*, vol.55, pp.329-355, Epstein L.G (1987b) "A Simple Dynamic General Equilibrium Model", *Journal of Economic Theory*, vol.41, pp.68-95.

perché "...the Uzawa class, broadly defined, is precisely that subset of recursive functionals which retain a recursive structure in a stochastic framework when the utility functionals are taken to be von Neumann-Morgenstern utility indices"⁷⁵. Successivamente, Obstfeld⁷⁶ ha utilizzato un simile contesto per analizzare gli effetti sul consumo ottimale di mutamenti transitori ed attesi nei redditi e nel tasso di interesse e ha mostrato che, grazie a un espediente diagrammatico, il modello non presenta difficoltà analitiche superiori a quelle dei modelli con "habits", nonostante che "Readers of the literature in this area often are left with the impression that the models studied are both analytically intractable and based on restrictive assumptions"⁷⁷.

5. Continuità, impazienza e equità intergenerazionale.

Possiamo esprimere in termini semplici il fenomeno dell'impazienza, dicendo che un consumatore o un pianificatore impaziente hanno un ordinamento di preferenza in cui il benessere aumenta anticipando il consumo nel tempo. Nel caso in cui l'insieme di scelta, per un consumatore o per le diverse generazioni, abbia dimensione infinita, esiste un legame complesso fra impazienza e continuità dell'ordinamento di preferenza. In tali spazi, a differenza di quelli di dimensione finita, vi sono molteplici topologie lineari di Hausdorff che possono ordinare due sentieri di consumo "vicini" fra loro in modo diverso rispetto agli altri programmi. È noto come la continuità sia un ingrediente essenziale per risolvere, con la ricetta del teorema di Weierstrass, il problema dell'esistenza di un sentiero di ottimo. Così nel caso di una funzione di utilità scontata, si può dimostrare⁷⁸ che al crescere del tasso di preferenza, aumentando gli insiemi compatti, si può risolvere più facilmente il teorema di Weierstrass! L'ambiente più favorevole a tal fine, grazie al teorema di Tychonoff, è la topologia prodotto che è generata da combinazioni di un numero finito di insiemi aperti. Quindi è come lo spazio delle scelte fosse finito dimensionale. Infatti per stabilire se due programmi, x e y , sono vicini in termini di utilità, deve

⁷⁵ Epstein L.G (1987b) op.cit. pag.71. La dimostrazione si trova in Epstein L.G (1983b) op.cit. Si veda Becker R.A.-Boyd III J.H.(1997) op.cit. capp-1-3.

⁷⁶ Obstfeld M. (1990) "Intertemporal dependence, impatience, and dynamics", vol.26, Journal Of Monetary Economics, pp.45-75.

⁷⁷ Obstfeld M. (1990) op.cit. pag.47. Si ricordi "The Uzawa function...is not recommended for general use" Blanchard O.- Fisher S.(1989) op cit. pagg.74-75.

⁷⁸ Basta utilizzare, riadattandoli al caso in esame, i risultati di Sorger G, (1992) "*Minimum Impatience Theorems for Recursive Economic Models*", pp.16-20

essere vero per ogni ε positivo esistano un δ positivo e un N grande per i quali risulti che la differenza di utilità risulti minore di ε solo se le componenti dei programmi fino a N si differenziano, componente per componente meno di δ . In altre parole tale ordinamento di preferenza comporta una forte idea di impazienza perché l'utilità risente solo dei cambiamenti su segmenti finiti dei programmi! Non si può rinunciare alla continuità dell'ordinamento, essa risponde a un criterio logico e di buonsenso, ci aspettiamo, infatti, che se un programma è preferito a un altro, tale graduatoria di merito non muta se prendiamo piani abbastanza vicini al primo; inoltre, in uno spazio di dimensione infinita, la continuità implica restrizioni al comportamento degli agenti che possono essere interpretate come concretizzazione fattuale della preferenza temporale e tali restrizioni confliggono con il principio etico di trattare in modo equo le diverse generazioni. Infatti si definisce equo un ordinamento di preferenza quando accade per ogni coppia di programmi x e y che $x \geq y \Leftrightarrow \pi x \geq \pi y$ ove πx o πy sono ottenuti, rispettivamente, da x e y permutando un numero finito di componenti. Diamond⁷⁹ dimostra che nelle metriche indotte, rispettivamente, dalla topologia prodotto e dalla topologia sup, non esistono ordinamenti continui, equi e che siano debolmente monotonici nel senso che se ogni componente di un programma x è maggiore della corrispondente componente di y allora x è preferito a y . L'analisi svolta da Diamond è stata recentemente generalizzata in diverse direzioni da Shinotsuka⁸⁰. Infatti viene utilizzata la topologia Mackey che è più generale di quella prodotto rafforzando il risultato di impossibilità, si ammette la possibilità di ordinamenti sociali non transitivi e viene formulata una condizione molto più debole dell'assioma di monotonicità. Il pessimismo conseguente sembrò sparire quando Svensson⁸¹ pubblicò il suo lavoro in cui sembrava aver risolto il problema sollevato da Diamond. Infatti, costruendo una metrica in cui la distanza fra due programmi è il min fra 1 e la somma delle differenze, in valore assoluto, delle diverse componenti, dimostra l'esistenza di un ordinamento continuo, equo e fortemente monotonicamente⁸². L'impossibilità paventata da

⁷⁹ Diamond P.A. (1965) "The evaluation of infinite utility streams", *Econometrica*, vol.28, pp.170-177. Per questi temi si veda Becker R.A.-Boyd III J.H. (1997) op.cit. pp.84-92 e Epstein L.G. (1987c) "Impatience" voce in Eatwell J.-Milgate M.-Newman P. eds (1987) *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, Prima Edizione, pp.720-723..

⁸⁰ Shinotsuka. T. (1998) "Equity, continuity, and myopia: A generalization of Diamond's impossibility theorem" *Social Choice and Welfare*, vol.15, pp.21-30. Si veda anche Sakai T. (2003) "Intergenerational preference and sensitivity to the present", *Economics Bulletin*, vol.4, pp.1-5.

⁸¹ Svensson L.G. (1980) "Equity among generations", *Econometrica*, vol.48, pp.1251-1256.

⁸² Un ordinamento soddisfa la proprietà di monotonicità in senso debole se ogni volta che si verifica che un programma x abbia componenti non minori di y e almeno una strettamente maggiore allora deve essere vero che x è preferito a y .

Diamond si era mostrata un falso problema. Però, come osservò Campbell⁸³ la topologia così costruita impedendo che programmi di consumo distinti, anche in una sola componente, potessero essere considerati "vicini" garantiva automaticamente la continuità che quindi perdeva ogni rilevanza. Da qui le proposte di Campbell, di limitare l'impiego solo a topologie che risolvano il problema di ottimo, e di Epstein abbandonare la continuità e utilizzare "...axioms which are more readily interpreted as statements about the nature and implementability of the policy prescriptions of the preference orderings"⁸⁴.

Ma la continuità può essere invocata per un altro motivo fondamentale. Brown e Lewis⁸⁵ hanno introdotto l'importante concetto di miopia debole. Un ordinamento si definisce miope in senso debole se per ogni coppia di programmi x e y , tali che x sia preferito a y tale preferenza non muta se per ogni N sufficientemente grande aggiungiamo a y un programma z che ha la stessa componente positiva da N in poi e componente zero per i periodi antecedenti. Il soddisfacimento di tale proprietà da parte di un ordinamento continuo è condizione necessaria affinché i prezzi di equilibrio in un modello competitivo abbiano senso economico, cioè siano rappresentabili da successioni addizionabili in valore assoluto. Si potrebbe ritenere che considerando un qualunque funzionale lineare continuo sullo spazio dei programmi, cioè sistemi di prezzo più generali si possa fare a meno del concetto di impazienza. La risposta è negativa: infatti Araujo⁸⁶ dimostra che per funzionali generali deve essere utilizzata una topologia che soddisfi la miopia in senso forte oppure, se rafforziamo la continuità con la monotonicità, è sufficiente la miopia in senso debole. Ritornando al contesto di scelta temporale con infinite generazioni Luwers⁸⁷ ha segnato una linea di

⁸³ Campbell D. E. (1985) "Impossibility theorems and Infinite horizon planning", *Social Choice and Welfare*, vol. 2, pp. 283-293. La topologia che introduce definisce una metrica ma lo spazio non può essere uno spazio topologico vettoriale e di più la continuità è incompatibile con la monotonicità sia debole che forte.

⁸⁴ Epstein L.G. (1986) "Intergenerational Preference Orderings", *Social Choice and Welfare*, vol.3, pag.152.

⁸⁵ Brown D.J.-Lewis L.M. (1981) "Myopic Economic Agents", *Econometrica*, vol.49, pp.359-368. Introducono l'importante concetto di miopia in senso forte che ha le stesse caratteristiche di quella debole salvo il fatto che il programma z ha componenti positive, ma non necessariamente uguali a partire da N in poi. Inoltre gli autori analizzano i rapporti che intercorrono fra miopia e topologia Mackey, ma questi temi per quanto importanti vanno oltre il nostro scopo. Un'esposizione si trova in Guidi V. (2004) "Modelli di equilibrio economico generale e beni infiniti: una rassegna", *Studi Economici*, vol.82, pp. 99-144.

⁸⁶ Araujo A.(1985) "Lack of Pareto Optimal Allocations in Economies with Infinitely Many Commodities", *Econometrica*, vol.53, pp.455-461.

⁸⁷ Luwers L. (1997) "Continuity and equity with infinite horizons", *Social Choice and Welfare*, vol.14, pp.345-356. Si veda il teorema 1 pp.351-352.

demarcazione, in quanto ha dimostrato , fra l'altro⁸⁸, che topologie più generali di quella sup sono compatibili con il principio etico di equità.

E' banale osservare che molti settori dell'economia cadono nel dominio delle scelte di natura politica o sono influenzati dagli effetti di tali decisioni. E ancora vi sono molte aree in cui sono presenti rilevanti interessi collettivi per cui è risulta di interesse per gli economisti comprendere le interrelazioni fra i vari meccanismi di allocazione delle risorse e le scelte sociali. Ebbene il contesto delle scelte intertemporali non solo permette di enucleare gli stretti legami fra allocazione di capitale e risparmio ottimale e equità fra generazioni distinte ma è un utile campo di applicazione del così detto approccio topologico alle scelte sociali così da "provide an axiomatization of alternative sto the utilitarian frame work to intertemporal welfare economics, and has related this to the concept of sustainable growth"⁸⁹. Il merito viene giustamente riconosciuto alla Chichilnisky,⁹⁰ che utilizzando tre assiomi, continuità e sensibilità al presente e sensibilità al periodo di lungo futuro riesce a dimostrare che una successione infinita di flussi di utilità deve essere valutata con un con una media ponderata di due termini, il primo è una misura numeralmente additiva (ad es. la tradizionale utilità scontata) e l'altro una misura finitamente additiva (come i limiti di Banach, che misurano l'utilità media di lungo periodo o compresa fra il lim sup e il lim inf delle utilità!). In questo criterio proposto e derivato da Chilchinisky si dà più importanza al lungo periodo di quanto accade nell'approccio utilitaristico e più importanza ai periodi presenti di quanto accade nella valutazione delle bolle speculative.⁹¹ La sensibilità al futuro di lungo periodo significa che prese due successioni di livelli di utilità non esiste nessun periodo T al di là del quale l'ordinamento di preferenza sia insensibile a mutamenti nei periodi successivi. Simmetrica è la definizione per la sensibilità al presente ovviamente per i periodi antecedenti a una data T. Si noti come il criterio introduca un'incoerenza intertemporale. Bisogna distinguere fra il singolo e la collettività: mentre nel primo caso anche

⁸⁸ Luwers ottiene importanti risultati: nella Proposizione 1 (Luwers L.(1987) op.cit. pag.349) dimostra che la funzione recursiva di Koopmans è rappresentabile da una "regola di Chichilnisky" (cioè una funzione di scelta sociale che sia continua, anonima e rispetti l'unanimità, Heal G.M.(1997)"Social Choice and Resource allocation: a topological perspective", *Social Choice and Welfare*, vol.14, pp.147-160) e, infine, caratterizza (Luwers L.(1997) op.cit. pag.353) la topologia sup, nel senso che è la più appropriata per la continuità della domanda in dimensione infinita.

⁸⁹ Heal G.M. (1997) op.cit pag.155.

⁹⁰ Chichilnisky G. (1996) "An Axiomatic approach to sustainable development" , *Social Choice and Welfare*, vol.13 pp.231-257. L'approccio topologico si contrappone a quello tradizionale così detto combinatorio che scaturisce dal libro di Arrow ; per un confronto fra i due approcci si veda Heal G.M. (1997) op. cit. pag.157-158.

⁹¹ Heal G.M. (1997) op. cit. pag.155 si riferisce invece ai giochi ripetuti e in particolare al "long run average utility value ".

se l'analisi filosofica "a là" Parfit sembra giustificare una qualche forma di sconto, proprio perché riconosce una molteplicità di Io, per lo stesso individuo, e, quindi, non comporta necessariamente un obbligo di coerenza, anche si pone il problema di come raccordare nel tempo le diverse decisioni, ciò non vale per la collettività nel suo complesso: pensare che la decisione sullo sfruttamento di un giacimento di materie prime o di attività anche se riproducibile debba essere decisa dalla generazione al tempo 0 o da un sottoinsieme di generazioni è "an unnatural requirement; it has no analogy in the social choice literature. There is no suggestion that a subset of a population should make the same choice as the whole population. So from a social choice perspective , time consistency is at most unnatural requirement"⁹²

6. Coerenza intertemporale vs. Flessibilità. Conclusioni

La considerazione delle tematiche ambientali o del successioni di generazioni diverse accresce le legittime perplessità in merito ai temi della coerenza intertemporale che implicano la predeterminazione rigida degli insiemi di scelta. Il problema decisionale è ridotto alla scelta oggi di un piano di consumo valido per l'intero futuro. L'introduzione dell'incertezza non cambia sostanzialmente il problema risolvendosi nell'elaborazione di piani contingenti allo stato di informazione degli agenti economici. Naturalmente possiamo chiudere la porta a ogni possibile obiezione supponendo che i soggetti siano onniscienti e con una razionalità illimitata così da calcolare, a costo zero, ogni possibile situazione. Nelle realtà le preferenze e la tecnologia mutano nel tempo, l'esperienza si acquisisce operando per cui bisogna, quindi, utilizzare uno schema d'analisi che tenga conto "della flessibilità che è un tratto essenziale della reazione umana al mutamento ambientale"⁹³. La nozione di flessibilità , emersa e trattata in vari contesti, dall'adattabilità degli impianti di produzione alla ricerca e sviluppo, dalla domanda di moneta e scelta del portafoglio alla preservazione dell'ambiente ecc.⁹⁴deve la prima sistematizzazione concettuale, ancora una volta, a Koopmans⁹⁵. Egli propone uno schema d'analisi che sembra essere più vicino ai processi di decisione reale, in quanto gli agenti economici procedono (Koopmans parla di "piecemeal planning") , come in un albero del gioco , restringendo progressivamente

⁹² Heal G.M. (1998) op.cit pp.109-110.

⁹³ Tani P. (1987) op.cit. pag.280.

⁹⁴ Si veda per una presentazione esauriente Jones. R- Ostroy J. (1976) "*Liquidity as Flexibility*", Discussion Paper n. 73, Department of Economics, University of California. pp. 1-49.

⁹⁵ Koopmans T.C. (1964) "On Flexibility of Future Preference", in Shelley M.W.-Bryan G.L. (eds) (1964) *Human Judgements and Optimality*, cap.13, pp.243-254.

l'insieme delle alternative esistenti: "the mere passage of time cuts down a decision maker's opportunity even in the case of inaction on his part"⁹⁶. Quando si costruisce una centrale idroelettrica o un impianto nucleare si decide la capacità e non certo i vari usi e i livelli di produzione di energia in ogni anno oppure nella selezione, ad esempio, di un corso di laurea da frequentare si restringono le opzioni possibili a priori per quanto concerne le professioni che si potranno intraprendere, i consumi in relazione al reddito atteso ecc ma senza decidere i panieri di consumo e la loro composizione da qui alla fine dei giorni. Per Koopmans ci sono due importanti ragioni per la flessibilità delle preferenze, la prima è uno dei temi centrali della letteratura sui contratti e riguarda l'impossibilità di anticipare tutte le possibili situazioni future, per cui l'agente può desiderare di lasciarsi l'opzione di revisionare i programmi senza legarsi in anticipo le mani di fronte a eventi inattesi e sfruttare le nuove informazioni acquisite.⁹⁷ La seconda ragione è connessa con il cambiamento nel tempo delle preferenze per cui sarebbe assurdo rimanere ancorati a scelte del passato o, soprattutto in tema di scelte ambientali, sarebbe eticamente ingiusto che la generazione presente non si limiti a condizionare ma fissi, nei minimi dettagli, il sentiero di sviluppo dei propri discendenti. L'idea centrale della flessibilità consiste nella preferenza, da parte di un soggetto economico, di un insieme di possibilità rispetto a un qualunque dei suoi sottoinsiemi, è stata compiutamente formalizzata da Kreps.⁹⁸ In tale schema il processo di decisione si articola su due stadi, nel primo il soggetto sceglie un sottoinsieme di alternative mentre nel secondo seleziona da tale sottoinsieme l'alternativa "migliore". Dal momento che al primo stadio il soggetto è incerto circa la relazione di preferenza che varrà rispetto alle scelte del secondo periodo allora Kreps modella le preferenze attraverso una distribuzione sopra le funzioni di utilità del tipo Von Neumann-Morgenstern, e quando nel secondo periodo l'incertezza verrà risolta, allora il soggetto utilizzerà la sola funzione di utilità rimasta per risolvere il problema di massimo. L'analisi è stata generalizzata a un numero infinito di periodi da parte di Rustichini⁹⁹. Per rendersi conto delle difficoltà formali e dei problemi concettuali affrontati con l'orizzonte infinito, si consideri che nel caso di tre periodi, nel primo il decisore seleziona un insieme di insiemi, nel secondo periodo il campo di scelta si restringe a un solo insieme da cui, nel terzo, si arriva a individuare le opzioni migliori.

⁹⁶ Koopmans T.C. (1964) op.cit. pag 245.

⁹⁷ Tale aspetto è stato ampiamente analizzato in letteratura si vedano per tutti Rustichini A. (2002) "Preference for flexibility in infinite horizon problems", *Economic Theory*, vol.20, pp.677-702 per la bibliografia ivi contenuta.

⁹⁸ Kreps D. (1979) "A Representation Theorem for "Preference for Flexibility"", *Econometrica*, vol. 47, pp.565-577.

⁹⁹ Rustichini A. (2002) op.cit.

Nella letteratura sono stati utilizzati modelli di crescita in cui non viene formulata l'ipotesi di separabilità e, più in generale, di recursività. Burness¹⁰⁰ riesce a derivare, in spazi normati lineari qualunque, le fondamentali relazioni di impazienza senza supporre la separabilità intertemporale sotto l'ipotesi restrittiva di utilizzare funzioni di utilità differenziabili con continuità. Majumdar¹⁰¹ ha elaborato un modello di crescita tradizionale in cui siano presenti fenomeni di dipendenza nelle preferenze individuali. Infatti, egli impiega una rappresentazione delle preferenze che è la somma di due funzioni: la prima è non separabile e riguarda il consumo dei primi T periodi e l'altra è la media ponderata di funzioni indicizzate rispetto a ogni periodo di tempo t e che ha come argomento il consumo che va dal periodo iniziale fino al periodo t stesso. Tale rappresentazione non è in generale separabile e in condizioni ideali si riduce alla funzione utilizzata da Strotz¹⁰². Benché l'analisi di Majumdar sia raffinata e produca interessanti risultati per quanto concerne l'allocazione delle risorse in modelli di crescita, non pare suscettibile di utili generalizzazioni ed è per questo che il modello con utilità scontata o meglio con preferenze recursive che elimina alcune ipotesi restrittive e consente utili generalizzazioni dell'analisi svolta, sono utilizzati ampiamente. Basta riflettere alla completezza di risultati ottenuti anche in presenza di incertezza e in campo dinamico, al fatto di essere radicati nella storia del pensiero, di avere evidenziato, per quanto concerne la versione con generazioni, il contenuto etico delle preferenze in spazi di dimensioni infinita e, infine, avere sollecitato la riflessione su temi dell'ambiente rimediando alla "disappearance from economics of discussion of the principles underlying normative statements"¹⁰³ per capire che tali modelli saranno ancora utilizzati, a meno che la critica rigorosa di Gay sull'inutilità della letteratura che utilizza l'ipotesi di separabilità delle preferenze non prenda campo.¹⁰⁴

¹⁰⁰ Burness H.S. (1973) "Impatience and the Preference for Advancement in the Timing of Satisfaction", *Journal of economic Theory*, vol.6 pp.495-507.

¹⁰¹ MaJumdar M. (1975) "Some Remarks on Optimal Growth with Intertemporally Dependent Preferences in The Neoclassical Model", *Review of Economic Studies*, vol.42, pp.145-153.

¹⁰² Becker R.A. -Boyd III J.H. (1997) op.cit pp.8-9.

¹⁰³ Aktinson A. B. (2001) "The Strange Disappearance of Welfare Economics", *Kyklos*, vol.54, pp.193.

¹⁰⁴ Si veda Gay A. (2004) "Tempo Infinito e Scelta" in Bellanca N-Dardi M.-Raffaelli T. (2004) *Economie senza gabbie*, Studi in onore di Giacomo Becattini, pp.521-555.